

# A UTILIZAÇÃO DO MODELO DE QUADRO TEÓRICO DE BERNARD PARSYSZ PARA O CÁLCULO DA ÁREA TOTAL DO PRISMA

Léa Paz da Silva Feliciano  
Doutoranda em Educação Matemática  
Universidade Nove de Julho (UNINOVE)

Modalidade: Relato de Experiência

## Resumo:

O ensino da geometria nos níveis fundamental e médio vem enfrentando muitos problemas atualmente, principalmente em instituições onde os alunos não tem acesso aos diversos materiais pedagógicos podendo citar como exemplo softwares de geometria dinâmica. Ensinar geometria somente com caderno, régua e compasso já não é suficiente para que o aluno consiga observar as figuras e apreender suas propriedades. Sendo assim o objetivo deste trabalho é desenvolver uma sequência didática que auxilie os professores de matemática e desenho geométrico que não tem acesso a esses recursos em sala de aula. Nesta sequência didática apresentamos algumas atividades para calcular a área total do prisma utilizando o modelo de quadro teórico de Bernard Parsysz para o ensino da geometria. Este modelo apresenta 4 etapas no desenvolvimento do pensamento geométrico: a geometria concreta; a geometria espaço gráfica; a geometria proto-axiomática e a geometria axiomática. Ao final desta sequência notamos que os alunos conseguiram calcular a área total do prisma de maneira satisfatória e que a mesma auxiliou no desenvolvimento do pensamento abstrato como deve ocorrer no nível da geometria axiomática.

**Palavras Chave:** Geometria ; ensino ; sequência didática ; Bernard Parsysz

## Introdução

Compreender e interpretar o mundo em que vivemos é de fundamental importância a todo ser humano. Uma das formas que podemos utilizar para desenvolver estas habilidades é o conhecimento dos conceitos geométricos que podem ser úteis nas intervenções e julgamentos práticos. Estes conceitos, que são particularmente ensinados durante o período escolar seja nas aulas de matemática ou desenho geométrico, contribuem não só para o conhecimento técnico como também para o desenvolvimento de uma cultura mais ampla, desenvolvendo no aluno os meios para a interpretação de fatos naturais (PCN-EM 1999). Atualmente existem vários recursos que auxiliam o ensino da geometria como por exemplo os softwares de geometria dinâmica: geogebra, cabri-geométrico entre outros.

Além dos softwares que possibilitam ao aluno a visualização do objeto geométrico e a apreensão de suas propriedades, destacamos os próprios sólidos geométricos que podem ser utilizados entre outros recursos.

Mesmo existindo os recursos descritos nos perguntamos por que o aluno não entende geometria? Por que muitas vezes o professor evita ensiná-la? Várias perguntas a ser feitas em relação a esta área de estudo, mas o que nos interessa aqui é apresentar uma sequência didática que auxilie o professor que não tenha acesso aos recursos da informática em sala de aula, a desenvolver alguns conceitos de geometria.

O tema escolhido para desenvolver esta sequência é o cálculo da área total de um prisma. Utilizamos o modelo de quadro teórico de Bernard Parsysz que tem como principal característica a construção de atividades que contemplem as 4 etapas do desenvolvimento do pensamento pedagógico que serão apresentadas à seguir.

Esta sequência foi desenvolvida e aplicada a alunos do 1º ano do Ensino Médio em 3 aulas. Apresentaremos, neste trabalho, além de uma breve fundamentação teórica; o objetivo de cada atividade da sequência didática, bem como a análise de algumas respostas dadas pelos alunos e ao final faremos as considerações finais.

### Quadro teórico de Bernard Parsysz

Parsysz (2006) apresenta um modelo de quadro teórico para o ensino de geometria onde destaca 4 etapas do desenvolvimento do pensamento geométrico conforme demonstrado no esquema abaixo:

Tabela 1: Esquema das etapas do desenvolvimento do pensamento geométrico

| Geometrias não axiomáticas |                      |                      | Geometrias axiomáticas |                 |
|----------------------------|----------------------|----------------------|------------------------|-----------------|
| Tipo de Geometria          | Concreta (GO)*       | Spatio-graphique(G1) | Proto-axiomática(G2)   | Axiomática (G3) |
| Objetos                    | Físicos              |                      | Teóricos               |                 |
| Validações                 | Perceptivo-dedutivos |                      | Hipotético-dedutivos   |                 |

As etapas são divididas: em geometrias não axiomáticas (concreta e espaço-gráfica) e as geometrias axiomáticas (proto-axiomática e axiomática). As validações nas geometrias não axiomáticas são perceptivo-dedutivas e nas geometrias axiomáticas são hipotético-dedutivas.

Na geometria concreta (GO), que não é ainda geométrica, seus objetos são materializados, podendo ser apresentados ao aluno em: madeira; acrílico; papel; palha etc.

A geometria espaço-gráfica (G1) é a geometria da representação dos objetos bidimensionais, elas são feitas por representações figurais, gráficas etc. Podemos utilizar compasso, régua, esquadro, transferidor e outros instrumentos geométricos. Nesta etapa, as justificativas das propriedades do objeto são feitas pelo “olhar”. (Parsysz).

Na geometria proto-axiomática (G2), as demonstrações de teoremas são feitas a partir de premissas aceitas pelos alunos de modo intuitivo, nesta etapa não há necessidade de explicitar um sistema de axiomas.

Por fim, na geometria axiomática (G3) os axiomas são explicitados de modo formal.

### A sequência didática.

Esta sequência didática foi aplicada a alunos do 1º ano do Ensino Médio sendo necessárias 3 aulas para sua aplicação e conclusão.

Iniciamos a sequência didática com as atividades 1 e 2 selecionadas para desenvolver o nível da geometria do concreto G0.

**Atividade 1:** Observe os sólidos geométricos apresentados: cubo; paralelepípedo; pirâmide de base quadrada e prisma regular triangular

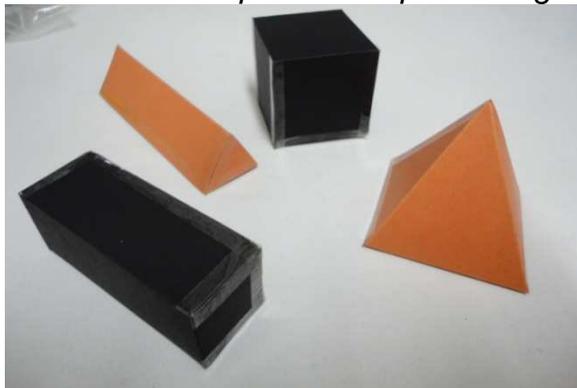


fig. 1. Sólidos geométricos

Na atividade 1 os alunos receberam os sólidos geométricos da figura 1 (cubo; pirâmide de base quadrada; paralelepípedo e prisma regular triangular). O seu objetivo é proporcionar ao aluno a manipulação dos objetos acima descritos, desenvolvendo sua observação do real e posterior descrição de suas características.

Nesta atividade enquanto os alunos manipulavam o objeto, conversavam entre si sobre suas formas e as diferenças existentes entre os mesmos, principalmente sobre as faces que o compunham. Notamos um acentuado interesse por suas formas, principalmente em relação à sua utilização em embalagens de produtos conhecidos no mercado.

**Atividade 2:** Escolha um dos sólidos geométricos e faça seu esboço.

Na atividade 2 nosso interesse é verificar se o aluno consegue representar, no plano, as observações que descreveu na atividade 1, se tem uma visão espacial do objeto para que possa fazer sua representação no plano.

Nesta atividade o aluno poderia optar por qualquer um dos quatro objetos, mas em sua maioria deram preferência ao cubo e ao prisma regular triangular (fig 2). Alguns alunos, mesmo tendo a visão espacial, tiveram problemas na construção de seu esboço e na visualização das arestas e vértices tendo como exemplo o esboço do cubo apresentado na figura 3.

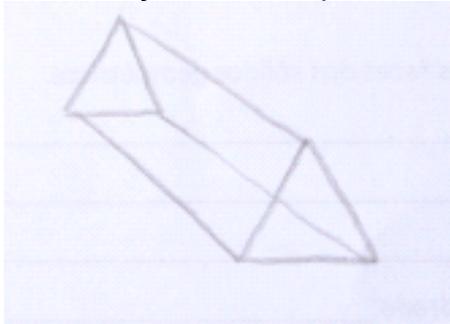


fig 2 prisma regular triangular

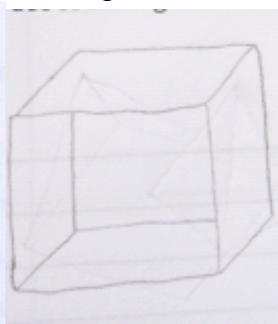


fig. 3 cubo com erros na construção

Mesmo que alguns (poucos) alunos tenham tido certa dificuldade na atividade 2, no geral não observamos muitos problemas nas atividades do nível da geometria do concreto-G0.

Como proposta para desenvolver a geometria espaço-gráfica, apresentamos aos alunos as atividades 3 e 4.

**Atividade 3.** *Construir o sólido geométrico a partir de sua planificação: paralelepípedo e pirâmide de base quadrada.*

Na atividade 3 entregamos aos alunos a planificação, em cartolina, do paralelepípedo e da pirâmide de base quadrada para que eles recortassem e montassem o objeto com o objetivo de apresentar uma figura planificada e verificar se o aluno consegue construir o objeto a partir de sua planificação, observando algumas propriedades nele existentes.

Nesta atividade também não houve nenhuma dificuldade, notamos que os alunos gostam de trabalhos manuais ficando em sua maioria, concentrados em seus afazeres.

Após o término da atividade 3 solicitamos aos alunos que desenvolvessem a atividade 4.

**Atividade 4.** *Planificar os sólidos geométricos: cubo e prisma triangular.*

Sabendo que os alunos já tinham o conhecimento do que era uma planificação (atividade 3), solicitamos que nesse momento eles mesmos fizessem a planificação do cubo e do prisma regular triangular no papel sulfite, utilizando régua e esquadro. A princípio, ficaram um pouco inseguros pois não haviam medidas estabelecidas para a construção das planificações, porém, cada aluno escolheu uma medida que achou mais confortável e todos conseguiram terminar a atividade.

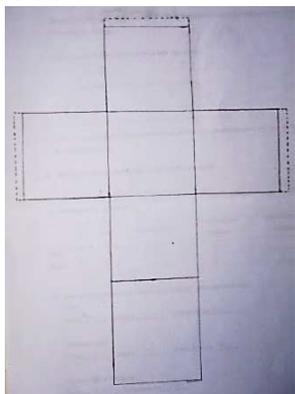


fig 5a planificação do cubo

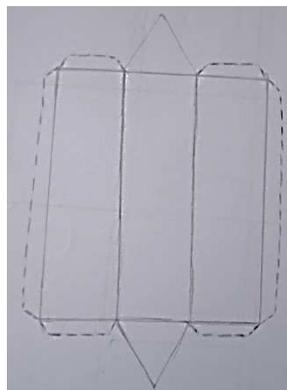


fig 5b planificação do prisma regular triangular

Após a manipulação, observação, planificação e construção de alguns sólidos geométricos, nossa intenção é iniciar a construção de alguns axiomas utilizados para o cálculo da área total de um prisma, sendo assim partimos para o nível G2 da geometria proto-axiomática.

As atividades 5, 6, 7 e 8 foram construídas com o objetivo de trabalhar este nível, onde a validação dos objetos são aceitas sem ainda haver necessidade de um sistema de axiomas, mas servindo como base para a passagem para o nível da geometria axiomática G3.

**Atividade 5.** *Quantas faces e arestas têm:*

|        | Cubo | Paralelepípedo | Prisma regular triangular | Pirâmide de base quadrada |
|--------|------|----------------|---------------------------|---------------------------|
| Face   | 6    | 6              | 5                         | 5                         |
| Aresta | 12   | 12             | 9                         | ?                         |

fig. 6. atividade preenchida pelos alunos em sala

Tendo em mãos os sólidos geométricos construídos, ficou mais fácil para os alunos responder a esta atividade, não apresentando nenhum problema (fig 6), vale aqui salientar que poderíamos ter acrescentado os vértices de cada objeto.

Juntamente à atividade 5, solicitamos aos alunos que medissem com a régua a altura, largura e comprimento do cubo, paralelepípedo e prisma regular triangular e para a pirâmide de base quadrada não mencionamos nada, querendo verificar se o aluno faria as medições e quais seriam elas.

**Atividade 6.** Determine as medidas dos sólidos geométricos, utilizando uma régua

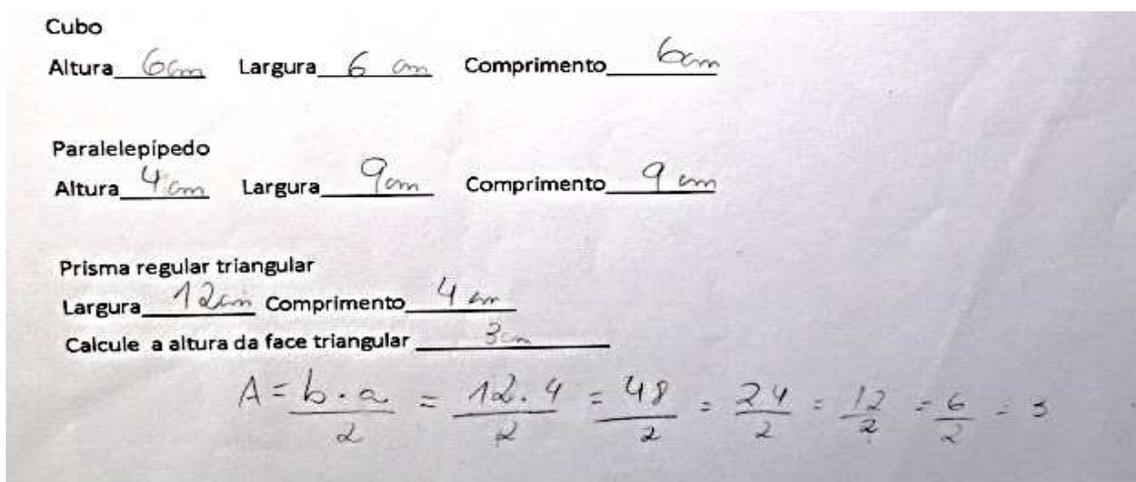


fig. 7a medida dos alunos para o cubo, paralelepípedo e prisma regular triangular

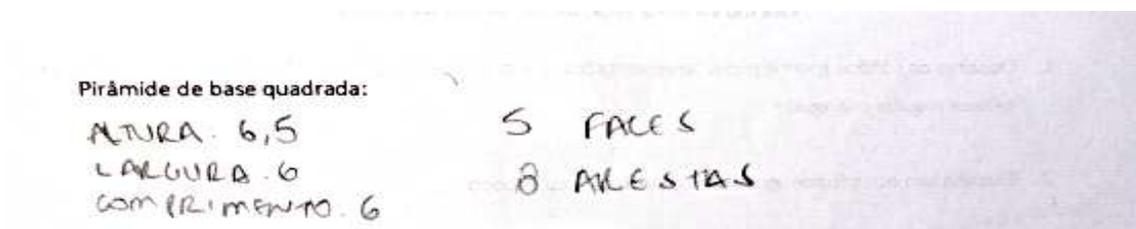


fig. 7b medida dos alunos para pirâmide de base quadrada

Nesta atividade, sentimos que o aluno teve bastante dificuldade em determinar a altura da face triangular do prisma, utilizando o cálculo da área da face triangular como demonstra a figura 7A, tendo também muita dificuldade para determinar a altura da pirâmide de base quadrada, conforme fig. 7B.

Como as atividades eram sequenciais, procuramos não interferir nesse momento, deixando os alunos terminarem as atividades propostas. Assim, a atividade 7 foi desenvolvida utilizando os resultados da atividade 6.

**Atividade 7.**Determine a área das faces dos sólidos geométricos

Cubo:\_\_\_\_\_

Paralelepípedo:\_\_\_\_\_

Prisma Triangular:\_\_\_\_\_

Pirâmide de base quadrada:\_\_\_\_\_

Como resultado desta atividade, observamos que os alunos sabiam calcular a área de cada face dos sólidos geométricos, mas acabaram errando pois estavam com alguns dados errados retirados da atividade 6. O mesmo aconteceu com a atividade 8, abaixo apresentada.

**Atividade 8.**Determine a área total dos sólidos geométricos

Cubo:\_\_\_\_\_

Paralelepípedo:\_\_\_\_\_

Prisma regular triangular:\_\_\_\_\_

Pirâmide de base quadrada\_\_\_\_\_

O interesse principal da atividade 8 era fazer com que o aluno percebesse que para o cálculo da área total de um prisma, somamos as áreas de suas faces. Em sua grande maioria, os alunos compreenderam e desenvolveram esta atividade de maneira satisfatória.

Com o final da atividade 8, completamos o nível G2 da geometria proto-axiomática, partindo assim para o nível G3 da geometria axiomática, em que os axiomas são explicitados.

A atividade 9, foi proposta com esse intuito.

**Atividade 9.** Determine a área total do paralelepípedo de altura  $h$ , comprimento  $a$  e largura  $l$ .

Nesta atividade, os alunos novamente lançaram mão do esboço da figura do paralelepípedo e, apresentando as medidas determinadas  $(h,a,l)$ , calcularam cada uma das faces, somando-as para encontrar a área total do prisma solicitado.

### Considerações Finais

O ensino nas escolas de nível fundamental e médio tem um de seus maiores problemas no estudo da geometria. O intuito deste trabalho foi desenvolver uma sequência didática que auxiliasse os professores que não tem acesso aos recursos da informática, a desenvolver seu trabalho em sala de aula utilizando os sólidos geométricos. Para chegar a esse objetivo lançamos mão do modelo de quadro teórico de Bernard Parsysz.

Em sala de aula, ao final desta sequência, concluímos que a concentração do aluno é maior quando submetido a diferentes formas de aprendizagem e que as atividades apresentadas facilitaram a construção dos axiomas referentes ao

cálculo de área, em detrimento da apresentação dos mesmos de forma tradicional, apresentados pelo professor por meio de fórmulas pré-concebidas.

Explicamos aqui que ao final da sequência retomamos todas as atividades apresentadas, dando principal importância às atividades 6, 7 e 8, onde as dificuldades foram maiores.

O professor poderá utilizar esta sequência como alternativa para o ensino de vários conceitos geométricos, modificando ou acrescentando algumas atividades de maneira a contemplar seus objetivos.

### **Referências bibliográficas.**

BRASIL,(1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Médio: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_.(1999). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

IEZZI, G. *Fundamentos da Matemática Elementar 3: trigonometria*. São Paulo: Atual, 2004.

PARSYSZ, M. B. *A Geometria no ensino secundário e na formação de professores para séries iniciais: do que se trata?* Quaderni di Ricerca in Didattica, Roma, n. 17, 2006.

OSVALDO, D.; POMPEO, J.N. *Fundamentos da Matemática Elementar 9: geometria plana*. São Paulo: Atual, 2005.

\_\_\_\_\_.*Fundamentos da Matemática Elementar 10: geometria espacial, posição e métrica*. São Paulo: Atual, 2005.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. *Proposta curricular para o ensino de Matemática: 2.º grau*. 3. ed. São Paulo: SE/CENP, 1992.

\_\_\_\_\_.2009, PROPOSTA curricular da SEE para Ensino Fundamental e Médio. São Paulo: [s.n.]. 2008.

SECCO, A. *Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas*. Dissertação de Mestrado PUC-São Paulo, 2007

SOUZA, R.S. *Uma sequência didática de ensino para o estudo da perspectiva cônica*. Dissertação de Mestrado UNIBAN São Paulo, 2010.